

2023 年度 東北大学 理系 第5問

四面体 $OABC$ において、 $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ 、 $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ 、 $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$ とおき、次が成り立つとする。

$$\angle AOB = 60^\circ, |\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 3, |\vec{c}| = \sqrt{6}, \vec{b} \cdot \vec{c} = 3$$

ただし $\vec{b} \cdot \vec{c}$ は、2つのベクトル \vec{b} と \vec{c} の内積を表す。さらに、線分 OC と線分 AB は垂直であるとする。点 C から3点 O, A, B を含む平面に下ろした垂線を CH とし、点 O から3点 A, B, C を含む平面に下ろした垂線を OK とする。

- (1) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ と $\vec{c} \cdot \vec{a}$ を求めよ。
- (2) ベクトル \overrightarrow{OH} を \vec{a} と \vec{b} を用いて表せ。
- (3) ベクトル \vec{c} とベクトル \overrightarrow{HK} は平行であることを示せ。

< '23 東北大 >