

$\sqrt[n]{n}$ の極限【類題】

次の各問に答えなさい。

- (1) $x > 0$ のとき，1 より大きい自然数 n について，次の不等式が成り立つことを証明しなさい。

$$(1+x)^n \geq 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2}x^2$$

が成り立つことを証明せよ。

- (2) 1 より大きい自然数 n について， $(1+n)^{\frac{1}{n}} = 1 + a_n$ とするとき，次の不等式が成り立つことを証明しなさい。

$$1 \geq a_n + \frac{n-1}{2}a_n^2$$

- (3) (2) の結果を用いて，次の極限值を求めなさい。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (1+n)^{\frac{1}{n}}$$

< '93 神戸大 >