

## 仮想難関大【整数～等差数列と素数～】

---

$p$  を素数とし、 $m$  を  $p$  で割りきれない正の整数とする。

このとき、 $m, 2m, 3m, \dots, (p-1)m$  を  $p$  で割った余りをそれぞれ  $r_1, r_2, \dots, r_{p-1}$  とする。次の問いに答えよ。

(1)  $r_1, r_2, \dots, r_{p-1}$  は全て異なることを証明せよ。

(2)  $r_1, r_2, \dots, r_{p-1}$  には、

$1, 2, \dots, p-1$  が全て現れる

ことを証明せよ。

(3)  $n$  を正の整数とし、公差  $d$  の等差数列  $\{a_n\}$  を考える。

$d=4$  のとき、 $a_n, a_{n+1}, a_{n+2}, a_{n+3}$  の全てが素数となる  $n$  は存在しないことを証明せよ。

(4) 公差  $d$  の等差数列  $\{a_n\}$  について、 $d$  が  $0 < d < 2023$  を満たす整数であるとき、 $a_n, a_{n+1}, \dots, a_{n+11}$  の全てが素数となる正の整数  $n$  は存在しないことを証明せよ。

< 自作 >