

有理数の生成と可算性【カルキン・ウィルフ・ツリー】

下の図は、 $\frac{1}{1}$ から始めて分数 $\frac{p}{q}$ の左下に分数 $\frac{p}{p+q}$ ，右下に分数 $\frac{p+q}{q}$ を配置するという規則でできた樹形図の一部である。

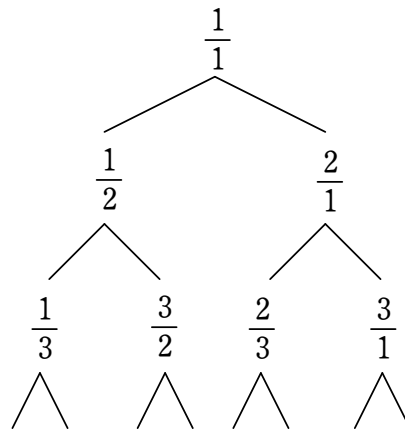
このとき，以下の問いに答えよ。

- (1) この樹形図に現れる分数はすべて既約分数であることを示せ。

ただし整数 $\frac{n}{1}$ は既約分数とみなす。

- (2) すべての正の有理数がこの樹形図に現れることを示せ。
(3) この樹形図に現れる有理数はすべて異なることを示せ。
(4) $\frac{19}{44}$ はこの樹形図の上から何段目の左から何番目に配置されるか

答えよ。たとえば， $\frac{3}{1}$ は上から 3 段目の左から 4 番目である。



< '19 大阪大 >