

有名曲線【トロコイド】類題

両端を P, Q とする長さ k ($k > 1$) の棒を, その一端 P が半径 1 の円板の中心に一致するように, 棒を円板に貼り付ける。この棒のついた円板を棒の両端 P, Q がそれぞれ $(0, 1), (0, 1-k)$ に一致するように xy 平面上におき, その円板の周が x 軸上を滑ることなく, x 軸の正の向きに転がるように円板を転がすとき, Q は下図のような曲線 C を描く。

次の問いに答えよ。

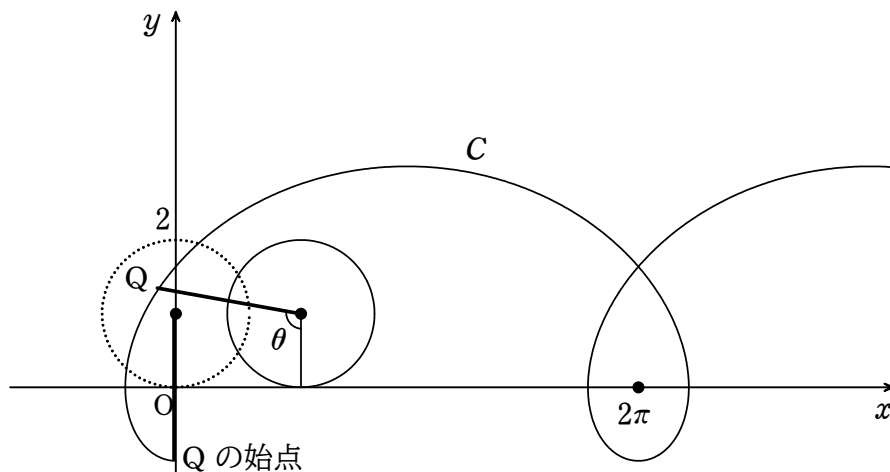
- (1) 円板が角 θ だけ回転したときの点 Q の座標を (x, y) とすると,

$$x = \theta - k \sin \theta, \quad y = 1 - k \cos \theta$$

と表せることを示せ。

- (2) 円板が一定の速さで転がるとき, 点 Q の速さが最大となるときの θ を求めよ。

- (3) $k = \frac{\pi}{3}$ のとき, この曲線 C と y 軸で囲まれる部分の面積を求めよ。



< '98 横浜国立大 >