

フィボナッチ数列とリュカ数列6【フィボナッチ数列の加法定理】

$$F_0=0, F_1=1, F_{n+2}=F_{n+1}+F_n \quad (n=0, 1, 2, \dots)$$

で定義された数列 $\{F_n\}$ について

- (1) F_{15} の値を求めよ。
- (2) $n=1, 2, \dots$ に対して, F_n, F_{n+1} は互いに素であることを示せ。
- (3) $F_{n+m}=F_m F_{n+1}+F_{m-1} F_n$ が全ての自然数 m について成り立つことを数学的帰納法で証明せよ。
- (4) F_p と F_q ($p>q \geq 1$) が共に整数 k の倍数であるとき, F_{p-q} も k の倍数であることを示せ。
- (5) $F_{126}=96151855463018422468774568, F_{78}=8944394323791464$ という2数の最大公約数を求めよ。

< '86 中央大 + '07 大阪工業大 >