

## フィボナッチ数列とリュカ数列3【相互関係】

---

$\alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ,  $\beta = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$  とし,  $\alpha^n = \frac{p_n + q_n\sqrt{5}}{2}$  となるように有理数  $p_n, q_n$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) 定める。(  $\sqrt{5}$  が無理数であることは認めてよい。 )

(1)  $p_{n+1} = \frac{p_n + 5q_n}{2}$ ,  $q_{n+1} = \frac{p_n + q_n}{2}$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) が成り立つことを示せ。

(2)  $p_{n+2} = p_{n+1} + p_n$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) が成り立つことを示せ。

(3)  $\beta^n = \frac{p_n - q_n\sqrt{5}}{2}$  となることを証明せよ。

(4)  $p_n$  を  $\alpha$  と  $\beta$  を用いて表せ。

< '07 埼玉大 改 >