

フィボナッチ数列とリュカ数列3【相互関係】

$\alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, $\beta = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ とし, $\alpha^n = \frac{p_n + q_n\sqrt{5}}{2}$ となるように有理数 p_n, q_n ($n=1, 2, 3, \dots$) 定める。($\sqrt{5}$ が無理数であることは認めてよい。)

(1) $p_{n+1} = \frac{p_n + 5q_n}{2}$, $q_{n+1} = \frac{p_n + q_n}{2}$ ($n=1, 2, 3, \dots$) が成り立つことを示せ。

(2) $p_{n+2} = p_{n+1} + p_n$ ($n=1, 2, 3, \dots$) が成り立つことを示せ。

(3) $\beta^n = \frac{p_n - q_n\sqrt{5}}{2}$ となることを証明せよ。

(4) p_n を α と β を用いて表せ。

< '07 埼玉大 改 >