フィボナッチ数列とリュカ数列2【リュカ数列の一般項,隣接2項の最大公約数と極限】

2次方程式 $x^2-x-1=0$ の 2つの実数解を α , β $(\alpha < \beta)$ とし, 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n = \alpha^n + \beta^n \ (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

で定める。次の問いに答えよ。

- (1) a_1 , a_2 の値を求めよ。
- (2) 3項 a_{n+2} , a_{n+1} , a_n の間に成り立つ漸化式を求めよ。
- (3) a_n は正の整数であること,さらに a_{n+1} と a_n は互いに素であることを示せ。
- (4) 極限値 $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ を求めよ。

< '94 姫路工業大 >