面積比のとり得る値

$\triangle$OAB において，点 G を

$$\overrightarrow{\mathrm{OG}}=k\left(\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right)$$

である点とする。

また，2 点 P，Q を $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=p\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=q\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ $(0<p<1,\ 0<q<1)$ である点とし，$\triangle$OAB と $\triangle$OPQ の面積をそれぞれ S，S' とする。

(1) 点 G が $\triangle$OAB の内部にあるとき，k の満たすべき条件を求めよ。ただし，$\triangle$OAB の内部とは，$\triangle$OAB で囲まれる部分からその周を除いた部分をさす。

(2) 3 点 G，P，Q が同一直線上にあるとき，k を p，q を用いて表せ。

(3) $k=\dfrac{1}{4}$ であって，3 点 G，P，Q が同一直線上にあるとき，$\dfrac{S'}{S}$ の最小値を求めよ。

＜ '97 九州大 改 ＞