

ニュートン法

a を正の定数とする。 $f(x)=x^2-a$ として、グラフ $y=f(x)$ 上の点 $(x_n, f(x_n))$ における接線が x 軸と交わる点の x 座標を x_{n+1} とする。

このようにして、 x_1 から順に x_2, x_3, x_4, \dots を作るとき、次の問に答えよ。ただし、 $x_1 > \sqrt{a}$ とする。

- (1) x_{n+1} を x_n を用いて表せ。
- (2) $\sqrt{a} < x_{n+1} < x_n$ であることを示せ。
- (3) $|x_{n+1} - \sqrt{a}| < \frac{1}{2}|x_n - \sqrt{a}|$ であることを示せ。
- (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ を求めよ。

< '95 名古屋大 >