

相加平均と相乗平均の差

$0 < x < y$ のとき、次の問に答えよ。

(1) $0 < \frac{x+y}{2} - \sqrt{xy} < \frac{y-x}{2}$ を証明せよ。

(2) $x_1 = \sqrt{xy}$, $y_1 = \frac{x+y}{2}$, $x_2 = \sqrt{x_1 y_1}$, $y_2 = \frac{x_1 + y_1}{2}$, ……

$$x_n = \sqrt{x_{n-1} y_{n-1}}, y_n = \frac{x_{n-1} + y_{n-1}}{2}$$

と順次定めるとき、 $0 < y_n - x_n < \frac{y-x}{2^n}$ であることを証明せよ。

< '97 滋賀大 >