

## ペル方程式4

---

正の整数  $n$  に対して

$$(1 + \sqrt{2})^n = x_n + y_n \sqrt{2}$$

が成り立つように整数  $x_n, y_n$  を定める。

- (1)  $x_{n+1}, y_{n+1}$  を  $x_n, y_n$  で表せ。
- (2)  $n$  が偶数なら  $x_n^2 - 2y_n^2 = 1$ ,  $n$  が奇数なら  $x_n^2 - 2y_n^2 = -1$  であることを証明せよ。
- (3) 任意の  $n$  に対して,  $\frac{x_{n+1}}{y_{n+1}}$  は  $\frac{x_n}{y_n}$  よりも  $\sqrt{2}$  のよい近似値であることを証明せよ。

< '84 一橋大 >