

水の問題

曲線 $y = x^2$ ($0 \leq x \leq 1$) を y 軸のまわりに回転してできる形の容器に水を満たす。この容器の底に排水口がある。時刻 $t=0$ に排水口を開けて排水を開始する。

時刻 t において容器に残っている水の深さを h ，体積を V とする。

V の変化率 $\frac{dV}{dt}$ は $\frac{dV}{dt} = -\sqrt{h}$ で与えられる。

(1) 水深 h の変化率 $\frac{dh}{dt}$ を h を用いて表せ。

(2) 容器内の水を完全に排水するのにかかる時間 T を求めよ。

< '03 北海道大 >