2022 年度 東北大学 理系 第 5 問

座標空間内において，ベクトル

$$\vec{a}=(1,2,1),\ \vec{b}=(1,1,-1),\ \vec{c}=(0,0,1)$$

が定める 2 直線

$$\ell : s\vec{a},\quad \ell' : t\vec{b}+\vec{c}\quad (s,\ t \text{ は実数})$$

を考える。

点 A_1 を原点 $(0,0,0)$ とし，点 A_1 から直線 ℓ' に下ろした垂線を $\mathrm{A}_1\mathrm{B}_1$ とおく。次に $\mathrm{B}_1\left(t_1\vec{b}+\vec{c}\right)$ から直線 ℓ に下ろした垂線を $\mathrm{B}_1\mathrm{A}_2$ とおく。同様に，点 $\mathrm{A}_k\left(s_k\vec{a}\right)$ から直線 ℓ' に下ろした垂線を $\mathrm{A}_k\mathrm{B}_k$，点 $\mathrm{B}_k\left(t_k\vec{b}+\vec{c}\right)$ から直線 ℓ に下ろした垂線を $\mathrm{B}_k\mathrm{A}_{k+1}$ とする手順を繰り返して，点 $\mathrm{A}_n\left(s_n\vec{a}\right)$，$\mathrm{B}_n\left(t_n\vec{b}+\vec{c}\right)$ (n は正の整数) を定める。

(1) s_n を用いて s_{n+1} を表せ。

(2) 極限値 $S=\lim_{n\to\infty}s_n$，$T=\lim_{n\to\infty}t_n$ を求めよ。

(3) (2) で求めた S，T に対して，点 A，B をそれぞれ

$$\mathrm{A}\left(S\vec{a}\right),\ \mathrm{B}\left(T\vec{b}+\vec{c}\right)$$

とおくと，直線 AB は 2 直線 ℓ，ℓ' の両方と直交することを示せ。

＜ ’22 東北大 ＞