アルファベットの A と書かれた玉が 1 個，D と書かれた玉が 1 個，H と書かれた玉が 1 個，I と書かれた玉が 1 個，K と書かれた玉が 2 個，O と書かれた玉が 2 個ある。これら 8 個の玉を円形に並べる。

(1) 時計回りに HOKKAIDO と並ぶ確率を求めよ。

(2) 隣り合う子音が存在する確率を求めよ。ここで子音とは，D，H，K の 3 文字 (玉は 4 個) のことである。

(3) 隣り合う子音が存在するとき，それが KK だけである条件つき確率を求めよ。

＜ '22 北海道大 ＞

【戦略】

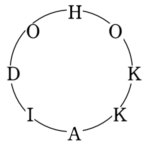
同じものを含んでいるため，その部分に神経質になるかもしれませんが，

「確率では全てのものを区別せよ」

という鉄則があります。

全ての玉を区別し，2 個ある O は O_1，O_2，2 個ある K は K_1，K_2 と区別します。

(1) **アルファベットの配置自体は**



と決まっています。

O の場所に O_1，O_2 をどのように置くか

K の場所に K_1，K_2 をどのように置くか

を考えればよいでしょう。

(2) **少なくとも 1 ヵ所子音が隣り合う確率を考えるわけで，直接考えるのは面倒ですから，余事象である**

「どの子音も隣り合わない」

という確率を捉える方向性で考えます。

(3) **何も条件がなければ全事象は $(8-1)!=5040$ 通りです。**

今，「子音が隣り合っている」という条件 (情報) があるわけです。

子音が隣り合っている場合が ☆ 通り ある中で

隣り合っている子音が KK だけ

となっているものが★通りある

ということを考えて，$\dfrac{★}{☆}$ と考えたものが求める条件付き確率ということになります。

$\overline{5040}$

情報が何もないなら
可能性は 5040 通り

$\overline{☆}$

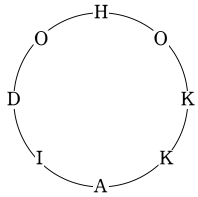
「子音が隣り合っている」
という情報が入れば全事象
（可能性の数）は縮む

【解答】

以下，玉は全て区別する。
特に 2 つある O は O_1，O_2，2 つある K は K_1，K_2 とする。

8 個の玉を円形に並べる総数は $(8-1)!=5040$【通り】

(1) H の位置を固定して考える。



アルファベットの配置は決まっており
2 ヵ所の O の場所に O_1，O_2 を置く
置き方は 2 通り。

2 ヵ所の K の場所に K_1，K_2 を置く置き方は
2 通り。

よって，時計回りに HOKKAIDO と並ぶ並べ方は

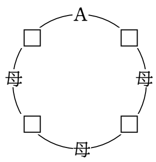
$2\cdot2=4$【通り】

求める確率は $\dfrac{4}{5040}=\dfrac{1}{1260}$ …答

(2) まず，どの子音も隣り合わない確率を求める。

先に母音を並べると，その並べ方は A を固定して考えると

$(4-1)!=6$【通り】



子音は図の □ に並べるので，その並べ方は
$4!=24$【通り】

ゆえに，$6\cdot24=144$【通り】

よって，どの子音も隣り合わない確率は $\dfrac{144}{5040}=\dfrac{1}{35}$

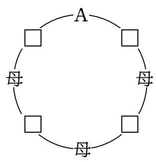
求める確率は余事象を考えて，$1-\dfrac{1}{35}=\dfrac{34}{35}$ …答

(3) 子音が隣り合うものが存在する並びは $5040-144=4896$【通り】

そのうち，隣り合う子音が KK だけのものが何通りあるか考える。

KK を一まとめに k とすると，k，D，H は隣り合わない。

母音の並べ方は (2) 同様 6 通り



k，D，H は右図の□から 3 ヵ所選んで
並べるので，その並べ方は ${}_4P_3=24$【通り】

k を K_1K_2 と戻すのか K_2K_1 と戻すのかが 2 通りあるため，隣り合う子音が KK だけのものは

$6\cdot24\cdot2=288$【通り】

したがって，求める条件付き確率は $\dfrac{288}{4896}=\dfrac{1}{17}$ …答

【総括】

「確率では全てのものを区別せよ」

というのは鉄則です。

「1 個の白玉と 99 個の赤玉が入った袋から 1 個の玉を取り出したとき，
白玉を取る確率は？」

と言われたら，$\dfrac{1}{100}$ とするでしょう。
白を取るか赤を取るかで $\dfrac{1}{2}$ というのはオカシイですね。

$\dfrac{\quad}{100}$ とした時点で

あなたはこの 100 個の玉たちを無意識に区別している

ということです。

もう少し言うと，確率は自然現象です。

「 99 個の赤玉は同じだ同じだ同じだ ……」

と思いながら玉を 10000 回取り出したら 5000 回ぐらい白玉が出るのでしょうか？

あなたがどう思おうが，10000 回取り出したら白玉が出るのは 100 回近辺でしょう。

場合の数では $\left\{\begin{array}{l}\text{区別したら何通りですか}\\ \text{区別しなかったら何通りですか}\end{array}\right.$ という作者によって問いかけ方は様々です。

ただ，確率で $\left\{\begin{array}{l}\text{区別したときの確率は？}\\ \text{区別しなかったときの確率は？}\end{array}\right.$ という問題文はあり得ません。

何度も言いますが，確率は自然現象であり，区別するしないの権限は問題の作者にすらありません。

なお，条件付き確率は

情報が入ってくることによって，全事象が縮む

というイメージをもっておくと，分母と分子で何を数えたらいいのかということが分かりやすくなるでしょう。