

O を原点とする座標平面上で考える。0 以上の整数 k に対して、ベクトル \vec{v}_k を

$$\vec{v}_k = \left(\cos \frac{2k\pi}{3}, \sin \frac{2k\pi}{3} \right)$$

と定める。投げたとき表と裏がどちらも $\frac{1}{2}$ の確率で出るコインを N 回投げて、座標平面上に点 X_0, X_1, \dots, X_n を以下の規則 (i), (ii) に従って定める。

- (i) X_0 は O にある。
- (ii) n を 1 以上 N 以下の整数とする。 X_{n-1} が定まったとし、 X_n を次のように定める。
 - n 回目のコイン投げで表が出た場合、
$$\overrightarrow{OX_n} = \overrightarrow{OX_{n-1}} + \vec{v}_k$$
により X_n を定める。ただし、 k は 1 回目から n 回目までのコイン投げで裏が出た回数とする。
 - n 回目のコイン投げで裏が出た場合、 X_n を X_{n-1} と定める。

- (1) $N=8$ とする。 X_8 が O にある確率を求めよ。
- (2) $N=200$ とする。 X_{200} が O にあり、かつ、合計 200 回のコイン投げで表がちょうど r 回出る確率を p_r とおく。ただし $0 \leq r \leq 200$ である。 p_r を求めよ。また、 p_r が最大となる r の値を求めよ。

< '22 東京大 >