

素数に関する不定方程式

a, b, p, q は正の整数とする。 $a \leq b$ である。 p は1または素数であり、 q は素数である。 p と q は互いに素であるとする。

a, b, p, q が関係式

$$\left(1 + \frac{1}{a}\right) \left(1 + \frac{1}{b}\right) = \frac{q}{p}$$

を満たすとき、次の問いに答えよ。

- (1) $b - a$ が奇数であることを示せ。
- (2) $a = 2, p = 1$ であるとき、 b, q の値の組を全て求めよ。
- (3) a, b がともに素数であるとき、 a, b, p, q の値の組を全て求めよ。

< '19 同志社大 >