

## 単位分数の和【エジプト式分数】 【関連参考問題】

---

以下の問いに答えよ。

- (1)  $a$  と  $b$  を互いに素な自然数とし, 自然数  $n$  に対し

$$\frac{1}{n+1} < \frac{b}{a} < \frac{1}{n}$$

が成り立つとする。互いに素な自然数  $c, d$  により

$$\frac{b}{a} - \frac{1}{n+1} = \frac{d}{c}$$

と表すとき,  $d < b$  となることを示せ。

- (2)  $S$  を 0 より大きく 1 より小さい有理数とする。このとき,  $S$  は異なる自然数  $n_1, n_2, \dots, n_\ell$  の逆数の和として

$$S = \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \dots + \frac{1}{n_\ell} \quad (1 < n_1 < n_2 < \dots < n_\ell)$$

と表すことができることを示せ。

< '21 広島大 >