

## 点列の極限【雷紋問題】 【類題】

---

複素数  $z_n$  を,

$$z_0=0, z_1=1, z_{n+2}=z_{n+1}+\alpha(z_{n+1}-z_n) \quad (n=0, 1, 2, \dots)$$

により定める。ただし,  $i$  を虚数単位とし,  $\alpha=\frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$  とする。また, 複素数平面上で複素数  $z_n$  を表す点を  $P_n$  とする。

- (1)  $z_2, z_3, z_4$  を求めよ。
- (2) 点  $P_0, P_1, P_2, P_3, P_4$  を図示せよ。  
また, 線分  $P_0P_1, P_1P_2, P_2P_3, P_3P_4$  の長さ, および  $\angle P_2P_1P_0, \angle P_3P_2P_1, \angle P_4P_3P_2$  の値も図中に示せ。
- (3)  $z_{n+1}-z_n$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) を  $\alpha$  と  $n$  を用いて表せ。
- (4)  $z_n$  の実部, 虚部をそれぞれ  $x_n, y_n$  とする。このとき,  $x_n, y_n$  をそれぞれ  $n$  を用いて表せ。
- (5) (4) で求めた  $x_n, y_n$  について,  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n, \lim_{n \rightarrow \infty} y_n$  をそれぞれ求めよ。

< '16 九州工業大 >