

巡回群【類題】

n を自然数とする。0 でない複素数からなる集合 M が次の条件 (I), (II), (III) を満たしている。

- (I) 集合 M は n 個の要素からなる。
- (II) 集合 M の要素 z に対して, $\frac{1}{z}$ と $-z$ はともに M の要素である。
- (III) 集合 M の要素 z, w に対して, その積 zw は集合 M の要素である。ただし, $z=w$ の場合も含める。

このとき次の問に答えよ。

- (1) 1 および -1 は集合 M の要素であることを示せ。
- (2) n は偶数であることを示せ。
- (3) $n=4$ のとき, 集合 M は一通りに定まることを示し, その要素をすべて求めよ。
- (4) $n=6$ のとき, 集合 M は一通りに定まることを示し, その要素をすべて求めよ。

< '17 名古屋大 >