

仮想難関大【ベクトル～三角形の内部に点が存在する条件～】

平面上に $\triangle OAB$ があり,

$$OA=3, OB=2, \angle AOB=60^\circ$$

を満たしている。

また, $\triangle PAB$ の重心が O となるように点 P をとる。

$\overrightarrow{OA}=\vec{a}, \overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とおくとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ の値, 及び $|\overrightarrow{AB}|$ の値をそれぞれ求めよ。
- (2) \overrightarrow{OP} を \vec{a}, \vec{b} を用いて表せ。また, $\triangle PAB$ の面積を求めよ。
- (3) 点 Q が次の 2 つの条件 (i), (ii) を満たしている。
 - (i) 点 Q は $\triangle PAB$ の内部にある。
 - (ii) 点 O は $\triangle QAB$ の内部にある。

このとき, 点 Q が動くことができる部分の面積を求めよ。

<自作>