

有名曲線【デカルトの正葉線】

$$x^3 - 3axy + y^3 = 0 \quad (a > 0) \text{ で}$$

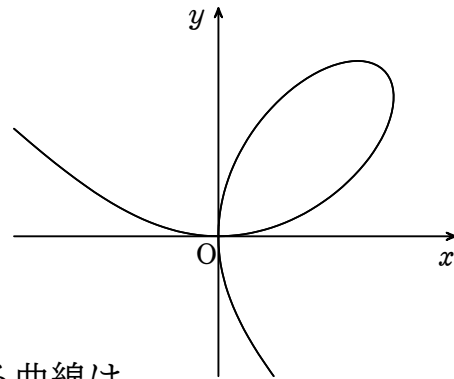
定義される曲線は

デカルトの葉 (または, 葉線)

と呼ばれている。

これによって囲まれる第 1 象限の

面積 S を求めたい。



(1) $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$ とするとき,

$x^3 - 3axy + y^3 = 0$ ($a > 0$) で表される曲線は

$$r = \frac{3a \cos\theta \sin\theta}{\cos^3\theta + \sin^3\theta}$$

と表せることを示せ。

(2) (1) の置き換えにより, $S = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} r^2 d\theta$ と表せることを用いて

S を求めよ。

< '15 横浜市立大 改 >