

## 他人の答案の趣旨を読み取る

「 $n \leq \sqrt{11} < n+1$  が成立するような整数  $n$  を見つけよ。」  
という問題に対して以下の答案があった。この答案の趣旨を詳しく説明せよ。

[答案]

まず、 $\sqrt{11}^2 = 11$  から奇数を小さい順に引いていく。つまり

$$11-1=10, 10-3=7, 7-5=2$$

となり、これ以上引くと負の数になるからここで計算を止める。

結局、奇数を3回引いたので、 $n=3$  となる。

< '13 佐賀大 >

### 【戦略】

$n \leq \sqrt{11} < n+1$  を満たす整数  $n$  を求めるということは

$n^2 < 11 < (n+1)^2$  を満たす整数  $n$  を求めるということに他なりません。

つまり「平方数」で11を挟むことで、 $\sqrt{11}$ の整数部分を求めるわけです。

「奇数を引いていくという作業」と「平方数」を結びつける関係式として

$$1+3+5+\dots+(2n-1)=n^2$$

という式が思いつけば、この答案の趣旨が見えてきます。

### 【解答】

奇数の総和は平方数となる。

$$\begin{aligned} 1+3+5+\dots+(2n-1) &= \sum_{k=1}^n (2k-1) \\ &= 2 \sum_{k=1}^n k - n \\ &= 2 \cdot \frac{n(n+1)}{2} - n \\ &= n^2 \dots (*) \end{aligned}$$

出題された問題は  $n^2 \leq 11 < (n+1)^2$  となる整数  $n$  を見つけるわけであるが、それは(\*)より

$$1+3+5+\dots+(2n-1) < 11 < 1+3+5+\dots+(2n-1)+(2n+1)$$

すなわち

$$11-1-3-5-\dots-(2n-1) > 0$$

かつ

$$11-1-3-5-\dots-(2n-1)-(2n+1) < 0$$

を満たす整数  $n$  を見つけるということになる。

この  $n$  は負の数になる手前まで奇数を引いた回数を表す。

これは11から奇数を小さい順に引いていき、負の数になる手前でストップし、奇数を引いた回数を求めるという[答案]の内容である。

### 【総括】

答案の趣旨を説明させるというある意味「攻めた」問題です。

今後の共通テストが好みそうな攻め込み方ですね。

(マークで出題しようと思うと問い方に工夫が必要そうだが)

本問のように問題形式で採点者の立場になってみると、少しは採点者の気持ちがわかりますね。