

空間座標における垂線の足

O を原点とする座標空間において、4点

$$A(a, 0, 0), B(0, b, 0), C(0, 0, ab), H\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{ab}\right)$$

が同じ平面上にあるとする。ただし、 a, b は $a > 1, b > 1$ をみたす実数とする。

- (1) $\overrightarrow{OH} \perp \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{OH} \perp \overrightarrow{AC}$ であることを示せ。
- (2) $|\overrightarrow{OH}| = 1$ を示し、 b^2 を a を用いて表せ。
- (3) $\triangle ABC$ の面積を a を用いて表せ。
- (4) $\triangle ABC$ の面積が最小となるような a^2 の値を求めよ。

< '09 大阪市立大 >