

平均値の定理の接点の位置

a, b を $a < b$ を満たす実数とする。

微分可能な関数 $f(x) = e^x$ に対して平均値の定理より

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$$

すなわち

$$\frac{e^b - e^a}{b - a} = e^c$$

となる c が $a < c < b$ の範囲に存在する。

このとき、

$$\frac{a + b}{2} < c$$

が成り立っていることを示せ。