　$f(x)$ を区間 $(-\infty,\ \infty)$ において連続で，かつ常に $f(x)>0$ である関数とする。

　関数 $g(x)$ を

$$g(x)=\frac{1}{x}\int_0^x f(t)\,dt \quad (x \neq 0)$$

により定義する。

(1)　$\displaystyle\lim_{x\to 0} g(x)=f(0)$ であることを示せ。

(2)　$x>0$ で $f(x)$ が増加するならば，$x>0$ で常に $f(x)>g(x)$ であることを示せ。ただし，$x>0$ で $f(x)$ が増加するとは，任意の正の実数 s，t に対し，$s<t$ ならば $f(s)<f(t)$ を満たすときをいう。

(3)　$x>0$ で $f(x)$ が増加するならば，$x>0$ で $g(x)$ も増加することを示せ。

＜ ’05 神戸大 ＞