

ババ抜き確率

A と B の 2 人が次のようなゲームを行う。

n を自然数とし、A はそれぞれ $0, 1, 2, \dots, n$ と書かれた $(n+1)$ 枚の札をもっている。

B はそれぞれ $1, 2, \dots, n$ と書かれた n 枚の札をもっているとする。

第 1 回目に B が A の持札から 1 枚の札をとり、もし番号が一致する札があればその 2 枚の札をその場に捨てる。番号が一致しない札はそのまま持ち続ける。次に B に持ち札があれば A が B の持札から 1 枚の札をとり、B と同じことをする。こうして先に札のなくなったほうを勝ちとする。A が勝つ確率を p_n 、B が勝つ確率を q_n とする。

ただし相手の札をとるとき、どの札も等しい確率でとるものとする。

- (1) p_1, p_2, q_1, q_2 を求めよ。
- (2) $p_n + q_n = 1, (n+2)p_n - np_{n-2} = 1$ ($n = 3, 4, 5, \dots$) であることを示せ。
- (3) p_n を求めよ。

< '95 京都大 >