グラム・シュミットの直交化法

　空間のベクトル $\vec{a}$, $\vec{p}$, $\vec{q}$ を

$$\vec{a}=\left(\frac{1}{2},\ \frac{\sqrt{3}}{2},\ 0\right),\ \vec{p}=\left(1,\ \frac{\sqrt{3}}{3},\ 1\right),\ \vec{q}=(-1,\ \sqrt{3},\ 2)$$

で定め，$\alpha=\vec{p}\cdot\vec{a}$，$\beta=\vec{q}\cdot\vec{a}$ とおく。

$$\vec{b}=\vec{p}-\alpha\vec{a},\ \vec{c}=\vec{q}-\beta\vec{a}-\frac{\vec{q}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|^2}\vec{b}$$

とする。

(1) $\vec{b}$, $\vec{c}$ を成分で表せ。

(2) 座標空間の原点を O とする。$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\vec{c}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ となる 3 点 A，B，C に対して，四面体 OABC の体積 V を求めよ。

< '12 東京農工大 >