

ウォリスの公式【類題2】

次の式

$$x_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n \theta \, d\theta \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

によって定義される数列 $\{x_n\}$ について、次の問に答えよ。

- (1) 漸化式 $x_n = \frac{n-1}{n} x_{n-2}$ ($n = 2, 3, 4, \dots$) を示せ。
- (2) $x_n \cdot x_{n-1}$ の値を求めよ。
- (3) 不等式 $x_n > x_{n+1}$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) が成り立つことを示せ。
- (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} n x_n^2$ を求めよ。

< '02 名古屋市立大 >