

1 の n 乗根とド・モアブルの定理【類題1】

$\omega = \cos \theta + i \sin \theta$ とおく。ただし、 θ は実数で、 i は虚数単位である。

(1) $|1 - \omega| = 2 \left| \sin \frac{\theta}{2} \right|$ を示せ。

(2) $\theta = \frac{2}{5}\pi$ のとき

(i) $\omega, \omega^2, \omega^3, \omega^4$ は方程式 $z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0$ の解であることを示せ。

(ii) $(1 - \omega)(1 - \omega^2)(1 - \omega^3)(1 - \omega^4) = 5$ となることを示せ。

(3) $I = \sin \frac{\pi}{5} \sin \frac{2\pi}{5} \sin \frac{3\pi}{5} \sin \frac{4\pi}{5}$ の値を求めよ。

< '05 宮城教育大 >