

分数関数の合成とフィボナッチ数列

$n = 1, 2, 3, \dots$ に対して, 関数 $F_n(x)$ を

$$F_1(x) = \frac{1}{1+x}, \quad F_{n+1}(x) = \frac{1}{1+F_n(x)}$$

で定義する。

また, $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して数列 $\{f_n\}$ を

$$f_1 = 1, \quad f_2 = 1, \quad f_{n+2} = f_{n+1} + f_n$$

で定義する。

このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) $F_3(x)$ を求めよ。
- (2) $n = 2, 3, 4, \dots$ に対して, $F_n(x)$ を f_{n-1}, f_n, f_{n+1} を用いて表せ。
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} F_n(0)$ を求めよ。

< '15 藤田保健衛生大 改 >