

仮想難関大【複素数平面～合成関数～】

複素数 z に対して

$$f(z) = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2} \bar{z}, \quad g(z) = -\bar{z}$$

という $f(z)$, $g(z)$ を考える。ただし, \bar{z} は複素数 z の共役な複素数を表すものとする。

このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 複素数 z に対して, $f(f(z))$ を計算せよ。
- (2) O を原点とする複素数平面において, 複素数 z , $f(z)$ が表す点をそれぞれ P , Q とし, 線分 PQ の中点を M とする。

このとき, $\angle PMO$ の大きさを求めよ。

- (3) i を虚数単位として,

$$\alpha = \overbrace{f \circ g \circ f \circ g \circ \cdots \circ f \circ g}^{2022 \text{ 個}}(i)$$

とするとき, α^{2022} の値を求めよ。

< 自作 >