

## 有名曲線【カテナリー（懸垂線）】

---

$xy$  平面上の曲線  $C: y=f(x)$  に関し、以下の問いに答えよ。ただし

$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

である。

(1)  $f(x)$  は以下の関係式を満たすことを示せ。

(i)  $\{f(x)\}^2 - \{f'(x)\}^2 = 1$

(ii)  $f''(x) = f(x)$

(2) 曲線  $C$  上の点  $A(a, f(a))$  と点  $B(0, f(0))$  の間の曲線の長さ  $L$  を求めよ。ただし、 $a$  は  $a \geq 0$  を満たす定数である。

(3) 点  $A$  のおける曲線  $C$  の接線上に点  $P(X, Y)$  を  $AP$  の距離が  $L$  に等しくなるようにとる。ただし、 $X \leq a$  とする。

このとき、 $X$  および  $Y$  を、 $a$  を用いて表せ。

(4) 点  $A$  を動かしたときに点  $P$  の描く曲線を  $D$  とする。

$a > 0$  のとき、曲線  $C$  の点  $A$  における接線と、曲線  $D$  の点  $P$  における接線は常に直交することを示せ。

< '17 名古屋市立大 >