切ってからガッチャンコ

xyz 空間に 3 点 O$(0,0,0)$，A$(1,0,1)$，B$(0,\sqrt{3},1)$ がある。平面 $z=0$ に含まれ，中心が O，半径が 1 の円を W とする。

点 P が線分 OA 上を，点 Q が円 W の周および内部を動くとき，$\overrightarrow{\mathrm{OR}}=\overrightarrow{\mathrm{OP}}+\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を満たす点 R 全体がつくる立体を V_A とおく。

同様に点 P が線分 OB 上を，点 Q が円 W の周および内部を動くとき，$\overrightarrow{\mathrm{OR}}=\overrightarrow{\mathrm{OP}}+\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を満たす点 R 全体がつくる立体を V_B とおく。

さらに V_A と V_B の重なり合う部分を V とする。

このとき，以下の問いに答えよ。

(1) 平面 $z=\cos\theta \left(0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$ による立体 V の切り口の面積を θ を用いて表せ。

(2) 立体 V の体積を求めよ。

< ’12 大阪大 >