

歪んだ八面体

座標空間内に5点 $A(2, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$, $C(-2, 0, 0)$, $D(0, -2, 0)$, $E(0, 0, -2)$ を考える。

線分 AB の中点 M と線分 AD の中点 N を通り, 直線 AE に平行な平面を α とする。さらに, p は $0 < p < 2$ をみたす実数とし, 点 $P(p, 0, 2)$ を考える。

- (1) 八面体 $PABCDE$ の平面 $y=0$ による切り口および, 平面 α の平面 $y=0$ による切り口を同一平面上に図示せよ。
- (2) 八面体 $PABCDE$ の平面 α による切り口が八角形となる p の範囲を求めよ。
- (3) 実数 p が(2)で定まる範囲にあるとする。八面体 $PABCDE$ の平面 α による切り口のうち, $y \geq 0, z \geq 0$ の部分を点 (x, y, z) が動くとき, 座標平面上で点 (y, z) が動く範囲の面積を求めよ。

< '19 東京大 >