

抽象的な関数

実数全体で定義され、実数値をとる関数 $f(x)$, $g(x)$ がある。

任意の実数 a , b に対し,

$f(a+b) = f(a)g(b) + f(b)g(a)$, $f(a-b) = f(a)g(b) - f(b)g(a)$
を常に満たすものとし, $f(x)$ は恒等的に 0 でないとする。次の問いに
答えよ。

- (1) $f(0)$ および $g(0)$ を求めよ。
- (2) 任意の実数 x , h に対して $f(x+2h) - f(x) = 2f(h)g(x+h)$ が
成り立つことを示せ。
- (3) $f(x)$ が $x=0$ で微分可能であるとき, $f'(x)$ を $f'(0)$ と $g(x)$ で表せ。

< '00 名古屋市立大 >