

多項式に関する整数問題と論証

多項式の列

$$P_0(x)=0, P_1(x)=1, P_2(x)=1+x, P_3(x)=1+x+x^2, \dots, P_n(x)=\sum_{k=0}^{n-1} x^k$$

を考える。

(1) 正の整数 n, m に対して, $P_n(x)$ を $P_m(x)$ で割った余りは

$$P_0(x), P_1(x), \dots, P_{m-1}(x)$$

のいずれかであることを証明せよ。

(2) 等式 $P_\ell(x)P_m(x^2)P_n(x^4)=P_{100}(x)$ が成立するような正の整数の組 (ℓ, m, n) を全て求めよ。

< '92 東京大 >