

ワイエルシュトラスの置換【方程式への応用】 【積分計算への応用】

(1) $t = \tan \frac{x}{2}$ とおくとき，次の等式が成り立つことを示せ。

$$(i) \sin x = \frac{2t}{1+t^2}, \quad (ii) \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad (iii) \tan x = \frac{2t}{1-t^2}$$

(2) a, b を実数とする。 x を未知数とする方程式

$$a \sin x + b \cos x + 1 = 0$$

が， $-\pi < x < \pi$ の範囲に相異なる 2 つの解をもつとする。

(i) a, b の満たすべき条件を求めよ。

(ii) 2 つの解を α, β とするとき， $\tan \frac{\alpha + \beta}{2}$ を a, b を用いて表せ。

(3) 次の定積分を求めよ。

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin x + \cos x + 1} dx$$

< '13 大阪教育大 >