

ベクトルと整数問題

平面上に2つのベクトル $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ を3点 O, A, B が一直線上にないようにとり, ベクトル $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$, $\vec{d} = \overrightarrow{OD}$ を次のように定める。

$$\overrightarrow{BC} \parallel \overrightarrow{OA}, |\vec{b}| = |\vec{c}|$$

$$\overrightarrow{AD} \parallel \overrightarrow{OB}, |\vec{d}| = |\vec{a}|$$

ただし, \overrightarrow{OA} と \overrightarrow{OB} は垂直でなく, $A \neq D, B \neq C$ とする。

- (1) \vec{c}, \vec{d} をそれぞれ \vec{a}, \vec{b} を用いて表せ。
- (2) n を正の数として, $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b}, \vec{c} = n\vec{a} + \vec{b}$ のとき, 比 $|\vec{a}| : |\vec{b}|$ の値を求めよ。
- (3) (2) の \vec{d} と \vec{c} について, n が自然数のとき, n の値および \vec{a}, \vec{b} のなす角を求めよ。

< '89 新潟大 >