

sin の和

自然数 n に対して, $S_n = \sin \theta + \sin 2\theta + \cdots + \sin n\theta$ とおく。
このとき, 次の問いに答えよ。

(1) $S_n \sin \frac{\theta}{2} = \sin \frac{n+1}{2}\theta \sin \frac{n}{2}\theta$ が成立することを数学的帰納法によって証明せよ。

(2) $n \geq 2$ のとき, $\theta = \frac{\pi}{n}$ ならば $S_n = \frac{1}{\tan \frac{\pi}{2n}}$ となることを示せ。

< '94 和歌山大 >