

## $e$ が無理数であることの証明【類題 2】

---

$e (= 2.718 \dots)$  を自然対数の底とする。

(1)  $n = 1, 2, 3, \dots$  に対し,  $f_n(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!}$  とおく。

$x > 0$  のとき,  $f_n(x) < e^x < f_n(x) + \frac{x^{n+1}e^x}{(n+1)!}$  を示せ。

(2)  $n = 2, 3, 4, \dots$  のとき,

$0 < n!e - [n! + 1 + \{n + n(n-1) + n(n-1)(n-2) + \dots + n!\}] < 1$   
であることを示せ。

(3)  $e$  は有理数でないことを示せ。

< '90 金沢大 >