

e が無理数であることの証明【類題 1】

非負整数 n に対して, $I_n = \int_0^1 x^n e^{-x} dx$ とおく。

- (1) $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n = 0$ を示せ。
- (2) 数列 $\{a_n\}$ を $a_n = e(n! - I_n)$ で定義する。非負整数 n に対して a_n は整数であることを示せ。
- (3) $e > 0$ であるから, もし e が有理数なら正の整数 p, q によって $e = \frac{q}{p}$ となる。これに注意して e が無理数であることを証明せよ。

< '90 埼玉大 >