

単位円上の複素数【追加問題】

複素数平面上の3点 $A(\alpha)$, $B(\beta)$, $C(\gamma)$ が $|\alpha| = |\beta| = |\gamma| = 1$ を満たしている。

このとき

$$\triangle ABC \text{ が正三角形} \iff \frac{(\alpha + \beta)(\beta + \gamma)(\gamma + \alpha)}{\alpha\beta\gamma} = -1$$

であることを証明せよ。