

## Σ 計算基本方針【二項係数の交代和】

---

$n$  を自然数とする。このとき、次の各問に答えよ。

- (1) (i)  $(1+x)^n$  の展開式を用いて、次の  $a, b$  の値を求めよ。

$$a = {}_n C_0 + {}_n C_1 + {}_n C_2 + {}_n C_3 + \cdots + {}_n C_n$$

$$b = {}_n C_0 - {}_n C_1 + {}_n C_2 - {}_n C_3 + \cdots + (-1)^n {}_n C_n$$

- (ii)  $n$  を偶数とするとき、次の  $c, d$  の値を求めよ。

$$c = {}_n C_0 + {}_n C_2 + {}_n C_4 + \cdots + {}_n C_n$$

$$d = {}_n C_1 + {}_n C_3 + {}_n C_5 + \cdots + {}_n C_{n-1}$$

- (2)  $n \geq 2$  とし、 $\ell$  を  $0 \leq \ell \leq n$  を満たす整数とするとき、次の等式を証明せよ。

$${}_n C_0 - {}_n C_1 + {}_n C_2 - {}_n C_3 + \cdots + (-1)^\ell {}_n C_\ell = (-1)^\ell \frac{(n-1)!}{(n-1-\ell)! \ell!}$$

ただし、必要ならば  $1 \leq r \leq n$  を満たす整数  $r$  に対して

$${}_n C_r = {}_{n-1} C_{r-1} + {}_{n-1} C_r$$

が成り立つことを証明なしで用いてよい。

< '05 山形大 >