

複素数平面における対称移動

複素数平面上の原点を中心とする半径 1 の円を C とする。点 $P(z)$ は C 上にあり、点 $A(1)$ とは異なるとする。点 P における円 C の接線に関して、点 A と対称な点を $Q(u)$ とする。 $w = \frac{1}{1-u}$ とおき、 w と共役な複素数を \overline{w} で表す。

- (1) u と $\frac{\overline{w}}{w}$ を z についての整式として表し、絶対値の商

$$\frac{|w + \overline{w} - 1|}{|w|}$$
 を求めよ。

- (2) C のうち実部が $\frac{1}{2}$ 以下の複素数で表される部分を C' とする。

点 $P(z)$ が C' 上を動くときの点 $R(w)$ の軌跡を求めよ。

< '18 東京大 >