

仮想難関大【フィボナッチ数列を係数にもつ2次方程式の解】

n を正の整数とする。 $f_1=f_2=1$, $f_{n+2}=f_{n+1}+f_n$ で定まる数列 $\{f_n\}$ に対して

$$f_n x^2 + f_{n+1} x + f_{n+2} = 0 \cdots (*)$$

という x の2次方程式を考える。

- (1) すべての自然数 n に対して, $f_{n+2}f_n - f_{n+1}^2 = (-1)^{n-1}$ であることを示せ。
- (2) すべての自然数 n に対して, (*) は異なる2つの虚数解をもつことを示せ。
- (3) 複素数平面において (*) の異なる2つの虚数解が表す点は, ある定円上にあることを示せ。
また, その定円の半径と, 中心の点が表す複素数を求めよ。

< 自作 >