

カタラン数が素数となる条件

以下の問いに答えよ。

- (1) 正の整数 n に対して，二項係数に関する次の等式を示せ。

$$n {}_{2n}C_n = (n+1) {}_{2n}C_{n-1}$$

また，これを用いて ${}_{2n}C_n$ は $n+1$ の倍数であることを示せ。

- (2) 正の整数 n に対して，

$$a_n = \frac{{}_{2n}C_n}{n+1}$$

とおく。このとき， $n \geq 4$ ならば $a_n > n+2$ であることを示せ。

- (3) a_n が素数となる正の整数 n をすべて求めよ。

< '21 東京工業大 >