

2021年度 大阪大学 理系 第3問

---

$n$  を自然数とし、 $t$  を  $t \geq 1$  をみたす実数とする。

(1)  $x \geq t$  のとき、不等式

$$-\frac{(x-t)^2}{2} \leq \log x - \log t - \frac{1}{t}(x-t) \leq 0$$

が成り立つことを示せ。

(2) 不等式

$$-\frac{1}{6n^3} \leq \int_t^{t+\frac{1}{n}} \log x \, dx - \frac{1}{n} \log t - \frac{1}{2tn^2} \leq 0$$

が成り立つことを示せ。

(3)  $a_n = \sum_{k=0}^{n-1} \log\left(1 + \frac{k}{n}\right)$  とおく。  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - pn) = q$  をみたすような実数  $p, q$  の値を求めよ。

< '21 大阪大 >