

2021年度 大阪大学 理系 第3問

n を自然数とし、 t を $t \geq 1$ をみたす実数とする。

(1) $x \geq t$ のとき、不等式

$$-\frac{(x-t)^2}{2} \leq \log x - \log t - \frac{1}{t}(x-t) \leq 0$$

が成り立つことを示せ。

(2) 不等式

$$-\frac{1}{6n^3} \leq \int_t^{t+\frac{1}{n}} \log x \, dx - \frac{1}{n} \log t - \frac{1}{2tn^2} \leq 0$$

が成り立つことを示せ。

(3) $a_n = \sum_{k=0}^{n-1} \log\left(1 + \frac{k}{n}\right)$ とおく。 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - pn) = q$ をみたすような実数 p, q の値を求めよ。

< '21 大阪大 >