

2021年度 東北大学 理系 第2問

---

$a, b$  を  $0 < a < 1, 0 < b < 1$  を満たす実数とする。平面上の三角形 ABC を考え、辺 AB を  $a : 1 - a$  に内分する点を P, 辺 BC を  $b : 1 - b$  に内分する点を Q, 辺 CA の中点を R とし、三角形 ABC の面積を  $S$ , 三角形 PQR の面積を  $T$  とする。

- (1)  $\frac{T}{S}$  を  $a, b$  で表せ。
- (2)  $a, b$  が  $0 < a < \frac{1}{2}, 0 < b < \frac{1}{2}$  の範囲を動くとき、 $\frac{T}{S}$  がとりうる値の範囲を求めよ。
- (3)  $p, q$  を 3 以上の整数とし、 $a = \frac{1}{p}, b = \frac{1}{q}$  とする。 $\frac{T}{S}$  の逆数  $\frac{S}{T}$  が整数となるような  $p, q$  の組  $(p, q)$  をすべて求めよ。

< '21 東北大 >