

仮想難関大【微積分～回転体についての総合問題～】

O を原点とする座標空間上の平面 $H: x+y+z=6$ があり, H 上の円 C を次のように定める。

C : 点 $(2, 2, 2)$ を中心とする半径 $\sqrt{6}$ の円

このとき, 次の問に答えよ。

- (1) 円 C 上の点 P に対して, P の位置に関わらず線分 OP の長さは常に一定値をとることを証明せよ。
- (2) 円 C 上の点 P のうち, z 座標が最大のもので, 最小のものをそれぞれ P_1, P_2 とする。 $\overrightarrow{OP_1}, \overrightarrow{OP_2}$ のなす角を α とするとき, $\cos\alpha$ の値を求めよ。
- (3) 原点 O を頂点とし, 円 C を底面とする円錐を K とする。 K を z 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積 V を求めよ。

< 自作 >