

## 仮想難関大【微積分～回転体についての総合問題～】

$O$  を原点とする座標空間上の平面  $H: x+y+z=6$  があり,  $H$  上の円  $C$  を次のように定める。

$C$ : 点  $(2, 2, 2)$  を中心とする半径  $\sqrt{6}$  の円

このとき, 次の問に答えよ。

- (1) 円  $C$  上の点  $P$  に対して,  $P$  の位置に関わらず線分  $OP$  の長さは常に一定値をとることを証明せよ。
- (2) 円  $C$  上の点  $P$  のうち,  $z$  座標が最大のもので, 最小のものをそれぞれ  $P_1, P_2$  とする。 $\overrightarrow{OP_1}, \overrightarrow{OP_2}$  のなす角を  $\alpha$  とするとき,  $\cos\alpha$  の値を求めよ。
- (3) 原点  $O$  を頂点とし, 円  $C$  を底面とする円錐を  $K$  とする。 $K$  を  $z$  軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積  $V$  を求めよ。

< 自作 >